ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

По курсу « Уравнения математической физики»

1. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Случай трех переменных. Нахождение общего решения.
2. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка. Случай трех переменных. Постановка и решение задачи Коши.
3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка. Случай n переменных. Нахождение общего решения.
4. Линейные неоднородные уравнения в частных производных первого порядка. Случай n переменных. Нахождение общего решения.
5. Уравнения с частными производными второго порядка. Классификация дифференциальных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Приведение уравнения гиперболического типа к каноническому типу.
7. Приведение уравнения параболического типа к каноническому типу.
8. Приведение уравнения эллиптического типа к каноническому типу.
9. Канонические формы линейных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами
10. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
11. Вывод уравнения продольных колебаний упругого стержня.
12. Вывод уравнения поперечных колебаний мембраны.
13. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера.
14. Свободные колебания струны с закрепленными концами. Метод Фурье.
15. Вынужденные колебания струны с закрепленными концами. Метод собственных функций.
16. Сведение случая неоднородных краевых условий для одномерного волнового уравнения к случаю однородных условий.
17. Свободные колебания прямоугольной мембраны с закрепленными краями. Метод Фурье.
18. Вынужденные колебания прямоугольной мембраны с закрепленными краями. Метод собственных функций.
19. Свободные колебания круглой мембраны с закрепленным краем. Метод Фурье.
20. Уравнение Бесселя. Нахождение Решений с помощью обобщенного степенного ряда.
21. Ортогональность функций Бесселя. Разложение произвольной функции в ряд по фунциям Бесселя.
22. Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Типы краевых условий, их физический смысл.
23. Принцип максимума для решения первой краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности и его следствия
24. Решение первой краевой задачи для неоднородного одномерного уравнения теплопроводности при нулевых граничных условиях.
25. Решение первой краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности в ограниченном круговом цилиндре при нулевых граничных условиях и начальном распределении температуры, зависящем только от расстояния от оси цилиндра.
26. Эллиптические уравнения. Задачи, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона. Постановки основных краевых задач.
27. Вид оператора Лапласа в цилиндрических и в сферических координатах. Решение уравнения Лапласа, обладающие сферической и цилиндрической симметрией
28. Первая и вторая формулы Грина
29. Основная интегральная формула теории гармонических функций.
30. Основные свойства гармонических функций.
31. Единственность и устойчивость первой краевой задачи для уравнения Лапласа
32. Внешние краевые задачи Дирихле для уравнения Лапласа: постановка в случае двух или трех переменных. Единственность решения внешней задачи в случае двух переменных.
33. Решение первой краевой задачи для уравнения Лапласа в круге методом Фурье (формальное построение ряда).
34. Решение первой краевой задачи для уравнения Лапласа в круге методом Фурье (доказательство того, что сумма ряда является решением задачи).
35. Интеграл Пуассона, дающий решение задачи Дирихле в круге.
36. Функция Грина для уравнения Лапласа для первой краевой задачи. Выражение решения через функцию Грина.
37. Функция Грина для уравнения Лапласа в шаре(первая краевая задача).
38. Интеграл Пуассона, дающий решение задачи Дирихле в шаре.
39. Функция Грина для уравнения Лапласа в полушаре (первая краевая задача).
40. Функция Грина для уравнения Лапласа в полупространстве (первая краевая задача).

Указания:

1. Материал по первым четырем вопросам в книге Л.Э Эльсгольц «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление».
2. Все остальные вопросы(т.е начиная с пятого) по терминологии и содержанию близки к книге А.Н Тихонов, А.А Самарский «Уравнение математической физики».
3. Дополнительную поддержку можно получить из книги В.И Афанасьев, О.В Зимаева, А.И Кириллов, И.М Петрушко , Т.А Сальникова «Высшая математика. Специальные разделы»(Решебник под редакцией А.И. Кирилова)
4. ТО чего нет в учебниках, следует искать в тексте лекций.